

**Jurnal Pendidikan Matematika**

Volume 14, No. 1, January 2020, pp. 39-50

P-ISSN: 1978-0044, E-ISSN: 2549-1040, DOI: <https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50>Website: <https://ejournal.unsri.ac.id/index.php/jpm>Accredited by SINTA 2: <http://sinta2.ristekdikti.go.id/journals/detail?id=1811>

## Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Mengidentifikasi Penyelesaian Soal Integral Tak Tentu dan Tentu

Rahma Siska Utari<sup>1</sup>, Arini Utami<sup>2</sup><sup>1, 2</sup>Universitas Sjakhyakirti, Jl. Sultan Moh. Mansyur, Kb Gede 32 Ilir Barat, PalembangEmail: [ama.utari@gmail.com](mailto:ama.utari@gmail.com)

### Abstract

One of basic skill that must be had by students before they solved a mathematics problem is conceptual understanding skills. This research aimed to describe the skill of students conceptual understanding in identification any problem at indefinite integral and definite integral. Problem identification was the first step they should did before they did next step to solve the problem. Research method used in this study was a descriptive qualitative research and about 30 students of 4<sup>th</sup> semester who took calculus integral course participating as the subjects. Test and interview were used as data collection techniques in this study. For next step data was reduced, presented, and concluded using triangulation techniques. Based the result of this study known about 63,3% of students could be had to identification the answer of any integral calculus problem and they had good enough conceptual understanding skill. To identification the answer of any integral calculus problem students had been read and understood the basic concept of it and then they had been did a lot of practice of finishing various problem of it.

**Keywords:** Conceptual Understanding Skill, Problem Identification, Indefinite Integral, Definite Integral

### Abstrak

Salah satu kemampuan dasar yang harus dimiliki mahasiswa sebelum menyelesaikan suatu permasalahan matematika adalah pemahaman konsep. Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal-soal integral tak tentu dan integral tentu. Mengidentifikasi soal merupakan langkah awal yang harus dilakukan sebelum mengambil langkah selanjutnya untuk menyelesaikan soal tersebut. Penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif dengan subjek penelitian merupakan mahasiswa semester IV sebanyak 30 orang yang mengambil mata kuliah kalkulus integral. Tes dan wawancara adalah teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini. Selanjutnya data diolah dengan mereduksi data, menyajikan data dan penarikan kesimpulan atau menggunakan triangulasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: 63,3% mahasiswa sudah memiliki kemampuan pemahaman konsep yang cukup baik. untuk mengidentifikasi penyelesaian jawaban dari kalkulus integral mahasiswa harus membaca dan memahami konsep dasar kalkulus and kemudian mereka harus banyak latihan mengerjakan berbagai macam masalah kalkulus integral.

**Kata kunci:** Kemampuan Pemahaman Konsep, Identifikasi Masalah, Integral Tak Tentu, Integral Tentu

**Cara Menulis Sitasi:** Utari, R.S., & Utami, A. (2020). Kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan tentu. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(1), 39-50. <https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50>.

---

## PENDAHULUAN

Kalkulus merupakan salah satu cabang ilmu matematika dan juga mata kuliah yang dipelajari di perguruan tinggi. Kalkulus diferensial dan kalkulus integral adalah dua cabang utama dalam kalkulus, dimana kalkulus tersebut disebut sebagai pintu gerbang dalam menuju pelajaran matematika yang lebih tinggi. Integral merupakan konsep penjumlahan secara berkesinambungan dalam matematika bersama inversnya diferensial, integral dikembangkan menyusul dikembangkannya masalah dalam diferensial dimana matematikawan harus berpikir bagaimana menyelesaikan masalah yang berkebalikan dengan solusi diferensiasi, sehingga integral juga disebut dengan antiderivatif atau anti

turunan (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010). Dalam Pengaplikasiannya sendiri integral banyak ditemukan pada bidang-bidang lainnya, terutama ilmu fisika maupun teknik (Haryono, 2009; Ghazi & Hilmansyah, 2018).

Ada beberapa metode yang digunakan untuk menyelesaikan soal-soal integral tak tentu maupun integral tentu pada umumnya yakni: menggunakan teorema dasar kalkulus, metode substitusi, menggunakan integral parsial, dan beberapa soal integral khusus yang dikerjakan menggunakan fungsi transenden (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010). Untuk menentukan metode yang tepat dalam menyelesaikan soal kalkulus integral tentu saja soal harus diidentifikasi terlebih dahulu (Saparwadi, 2015). Mengidentifikasi suatu masalah (soal) dan dapat memberikan contoh dan bukan contoh, serta mengembangkan ide-ide sehingga terbangun pemahaman secara menyeluruh termasuk dalam suatu kemampuan matematis, yakni pemahaman konsep (Depdiknas, 2006). Ketika mahasiswa sudah memiliki kemampuan pemahaman konsep yang baik, maka selanjutnya mereka sudah dapat menentukan prosedur atau metode yang mana yang paling tepat digunakan dalam mengidentifikasi penyelesaian soal yang akan dikerjakan (Kesumawati, 2008).

Kenyataannya di lapangan, dalam menyelesaikan soal-soal integral mahasiswa belum memiliki kemampuan untuk mengidentifikasi dan menjustifikasi konsep serta belum memiliki kemampuan menganalisis atau mengevaluasi sebuah algoritma (Zetrislita, Ariawan, & Nufus, 2016; Ario & Asra, 2018). Beberapa kesalahan yang dilakukan dalam menyelesaikan soal kalkulus integral antara lain: (a) pada penyelesaian soal anti turunan: tidak menambahkan konstanta  $C$  pada langkah-langkah pengintegralan dan hasil pengintegralan, (b) pada penyelesaian soal integral tentu menggunakan definisi: kesalahannya menyelesaikan soal dengan menggunakan teorema dasar kalkulus dikombinasikan dengan penggunaan pangkat yang diperumum dan (c) pada penyelesaian soal tentang teorema dasar kalkulus, kesalahan dalam menyelesaikan soal integral substitusi, dalam memisalkan  $u$  (Rahimah, 2012). Kesalahan-kesalahan ini dapat terjadi karena mahasiswa belum memiliki konsep kalkulus integral yang baik, sedangkan pemahaman konsep penting untuk mengidentifikasi penyelesaian soal matematika dan proses awal untuk mencapai kemampuan yang lebih tinggi (Kesumawati, 2008).

Pemahaman konsep merupakan pemahaman mendasar yang harus dimiliki mahasiswa sebelum menyelesaikan suatu permasalahan matematika. Adapun indikator pemahaman konsep menurut Kurikulum 2006, yaitu: (a) menyatakan ulang sebuah konsep, (b) mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya), (c) memberikan contoh dan non-contoh dari konsep, (d) menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis, (e) mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep, (f) menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu dan (g) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah (Depdiknas, 2006).

Ketika konsep yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan sudah keliru maka untuk prosedur, algoritma dan penyelesaiannya pun akan terdapat kesalahan (Kesumawati, 2008).

Rahimah (2012) mengatakan bahwa kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam memahami materi kalkulus integral dapat dilihat dari kesalahan mengerjakan soal yang akibatnya dapat menimbulkan masalah pada mahasiswa saat mengikuti mata kuliah lain dimana kalkulus integral sebagai mata kuliah prasyaratnya. Untuk memahami konsep matematika ada beberapa hal yang dapat dilakukan yakni membaca serta memahami konsep dari teori dasarnya, selanjutnya mengerjakan latihan soal yang bervariasi, dimulai dari soal yang mengandung pemahaman konsep, selanjutnya soal yang menguji pemahaman konsep dapat dilakukan menggunakan grafik dan dapat juga menguji pemahaman konsep menggunakan deskripsi verbal (Stewart dalam Arcana, 2011; Sari, Hakiim, & Efelina, 2018).

Pemahaman konsep penting dimiliki oleh mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus integral sehingga menjadi bekal bagi mahasiswa untuk memahami konsep materi lain yang lebih luas, seperti kalkulus lanjut yang memuat konsep integral lipat. Dalam penelitian ini adapun indikator kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan tentu adalah: (a) menyatakan ulang sebuah konsep, (b) memberikan contoh dan non-contoh dari konsep, (c) mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep serta (d) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah. Berdasarkan indikator-indikator tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan tentu ditinjau berdasarkan indikator kemampuan pemahaman konsep matematika.

## **METODE**

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif untuk mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal-soal integral tak tentu dan tentu. Sebanyak 30 mahasiswa yang mengambil mata kuliah kalkulus integral di Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan UIN Raden Fatah Palembang berpartisipasi sebagai subjek dalam penelitian ini. Data dikumpulkan melalui tes dan wawancara serta triangulasi data. Tes yang diberikan merupakan soal-soal yang sudah ada yang dinyatakan valid dan praktis yang mengandung indikator pemahaman konsep, yakni: (a) menyatakan ulang sebuah konsep, (b) memberikan contoh dan non-contoh dari konsep, (c) mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep serta (d) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah. Wawancara dilakukan untuk mengetahui lebih jauh bagaimana cara berpikir mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian suatu soal berdasarkan pemahaman konsep yang dimilikinya.

Data hasil tes, wawancara dan observasi berupa catatan lapangan kemudian direduksi, disajikan dan diambil kesimpulan menggunakan teknik triangulasi (Sugiyono, 2015). Teknik triangulasi yang peneliti gunakan dalam penelitian ini adalah penggabungan hasil tes, hasil wawancara dan observasi berupa catatan lapangan yang kemudian digunakan dan disajikan untuk melengkapi data secara

keseluruhan agar dapat diambil kesimpulan untuk mengetahui kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian integral tak tentu dan integral tentu.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Tiga tahapan pada penelitian ini yakni tahap persiapan, tahap pelaksanaan dan tahap analisis data serta penulisan laporan. Pada tahap persiapan peneliti melakukan kajian literatur, mempersiapkan Rencana Pembelajaran Semester (RPS), melakukan *pretest* untuk mengetahui kemampuan awal mahasiswa, mempersiapkan bahan tes dan alat kelengkapan penelitian lainnya. Pada tahapan pelaksanaan dan analisis data penelitian, didapatkan beberapa temuan hasil jawaban mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu.

### Hasil Jawaban Mahasiswa

Soal integral tak tentu dan integral tentu yang diberikan berindikator menyatakan ulang sebuah konsep dan menyebutkan contoh dan bukan contoh dari suatu konsep. Soal yang diberikan merupakan soal yang penyelesaiannya menggunakan teorema dasar kalkulus. Hasil jawaban mahasiswa A dalam menyelesaikan soal ini dapat dilihat pada Gambar 1.

1.a  $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$   
 $f(x) = \int 3x^2 + 6x - 2 \, dx$   
 $= \frac{3}{3}x^3 + \frac{6}{2}x^2 - 2x + C$   
 $= x^3 + 3x^2 - 2x + C$

1.b  $f(x) = x^4(2x^3 + 5x^2 - x + \sqrt{2})$   
 $f(x) = \int x^4(2x^3 + 5x^2 - x + \sqrt{2}) \, dx$   
 $= \int 2x^7 + 5x^6 - x^5 + \sqrt{2}x^4 \, dx$   
 $= \frac{2}{8}x^8 + \frac{5}{7}x^7 - \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}\sqrt{2}x^5 + C$

1.c  $f(x) = 45x^8 + 18x^5 + 27x^2 + 13x$   
 $f(x) = \int 45x^8 + 18x^5 + 27x^2 + 13x \, dx$   
 $= \frac{45}{9}x^9 + \frac{18}{6}x^6 + \frac{27}{3}x^3 + \frac{13}{2}x^2 + C$   
 $= 5x^9 + 3x^6 + 9x^3 + \frac{13}{2}x^2 + C$

1.d Soal Integral langsung tentu  
 $f(x) = (x^3 + 2)^2$   
 $\int_0^2 (x^3 + 2)^2 \, dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 + 2x \right]_0^2$   
 $= \left[ \frac{1}{4}(2)^4 + 2(2) \right] - 0$   
 $= 8 - 0$   
 $= 8$

Gambar 1. Hasil Jawaban Mahasiswa dalam Menyatakan Ulang Suatu Konsep

Berdasarkan Gambar 1 dapat diketahui bahwa:

1. Pada jawaban soal 1 (a) ketika menyelesaikan soal integral tak tentu mahasiswa masih menuliskan simbol  $dx$  pada hasil pengintegralan dan tidak menambahkan konstanta  $C$  pada hasil akhir. Padahal berdasarkan teorema dasar kalkulus A (aturan pangkat) menyatakan bahwa jika  $r$  adalah sebarang bilangan rasional kecuali  $-1$  maka berlaku  $\int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C$  (Varberg, Purcell,

& Rigdon, 2010). Seharusnya pada hasil pengintegralan simbol  $dx$  tidak ditulis lagi dan hasil pengintegralan ditambahkan konstanta  $C$ .

2. Pada jawaban soal nomor 1 (b) mahasiswa tidak teliti dalam menyelesaikan soal integral dengan konstanta yang akan diintegralkan berada dalam tanda akar. Hal ini menyebabkan kesalahan dalam pengintegralan. Jika suatu konstanta dalam tanda akar yang diintegralkan maka hasil pengintegralannya yang dalam tanda akar adalah koefisiennya saja sedangkan variabelnya berada diluar tanda akar. Hal ini berdasarkan perluasan dari teorema dasar kalkulus A (aturan pangkat) yang menyatakan bahwa  $\int 1 dx = x + C$  (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010). Sama halnya dengan  $\int \sqrt{2} dx = \sqrt{2}x + C$  bukan  $\int \sqrt{2} dx = \sqrt{2x} + C$ .
3. Jawaban soal nomor 1(c) pada Gambar 1 menunjukkan bahwa siswa dapat menyatakan ulang konsep teorema dasar kalkulus A (aturan pangkat) dengan benar. Pada proses pengintegralan mahasiswa menambahkan simbol  $dx$  dan pada hasil pengintegralan simbol  $dx$  dihapuskan dan menambahkan konstanta  $C$ .
4. Jawaban soal nomor 1(d) pada Gambar 1 menunjukkan soal integral tentu. Mahasiswa terlihat juga belum menyatakan ulang suatu konsep dengan benar. Hal ini dikarenakan dalam proses pengintegralan mahasiswa tidak menambahkan simbol  $\int$  dan  $dx$ . Padahal simbol  $\int$  dan  $dx$  ini merupakan hal mendasar dalam proses pengintegralan (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010).

Keberagaman jawaban mahasiswa A ini membuat peneliti ingin mengetahui lebih dalam cara berpikir mahasiswa A ini dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu, berikut ini Transkripsi Percakapan 1 merupakan hasil wawancara peneliti (P) dengan mahasiswa A (MA).

- P : Apakah kamu tahu bedanya integral tak tentu dengan integral tentu?*  
*MA : Tahu Bu, kalo integral tentu ado batesnyo. Batas atas dengan bawah kalo yang dak tentu dak ado batesnyo , Bu.*  
*P : Terus bagaimana hasil pengintegralannya?*  
*MA : Ado yang ditambah C Bu kalo dak salah, integral dak tentu ye.*  
*P : Nah terus soal yang no 1(a) ini kenapa tidak ditambah C? ini juga soal no 1(d) mano simbol integral dengan dx nya?*  
*MA : Oh iyo Bu, kelupoan nulisnyo.*

Dari transkripsi percakapan 1 di atas mahasiswa A sudah memiliki pengetahuan tentang konsep integral tak tentu dan integral tentu, tetapi mahasiswa A masih melakukan kesalahan dalam hal menyatakan ulang sebuah konsep dengan tidak menambahkan konstanta  $C$  pada hasil pengintegralan tak tentu dan menuliskan simbol  $\int f(x) dx$  ada fungsi yang akan diintegralkan. Kekeliruan dalam memahami konsep integral ini juga umum dilakukan oleh mahasiswa yang mengambil mata kuliah kalkulus integral seperti yang dinyatakan oleh Salmina (2017) bahwa mahasiswa sering kali keliru dalam memahami pengertian integral, pengertian dan teorema dasar integral itu nyatanya sangat erat dengan konsep pengintegralan. Akibatnya mahasiswa belum dapat mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu.

Soal lain yang dikerjakan oleh mahasiswa adalah soal yang terdapat indikator pemahaman konsep mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep serta mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah. Adapun hasil dari penyelesaian soal dengan indikator tersebut dapat dilihat pada Gambar 2 di bawah ini.

Handwritten student solution for the integral  $\int x \sqrt{x^4 + 1} dx$ . The student uses the substitution method. The work is as follows:

$$\begin{aligned}
 &37 \int x \sqrt{x^4 + 1} dx \Rightarrow \int \sqrt{x^4 + 1} x dx \\
 &\text{Penyelesaian:} \\
 &u = x^4 + 1 \quad \frac{du}{dx} = 4x \quad du = 4x dx = x dx = \frac{1}{4} du \\
 &\text{Substitusi } u \text{ dalam Integral} \\
 &\int \sqrt{x^4 + 1} x dx = \int \sqrt{u}^{1/4} du \\
 &= \int \frac{1}{4} \sqrt{u} du \\
 &= \int \frac{1}{4} (u)^{1/2} du \\
 &= \frac{1/4}{1/2 + 1} u^{1/2 + 1} + C \\
 &= \frac{1/4}{3/2} u^{3/2} + C \\
 &= \frac{1}{6} u^{3/2} + C \\
 &= \frac{1}{6} (x^4 + 1)^{3/2} + C
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Hasil jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral parsial

Berdasarkan hasil jawaban mahasiswa pada Gambar 2 di atas dapat diketahui bahwa mahasiswa tersebut belum memiliki konsep yang baik dalam mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup dalam menyelesaikan soal tersebut. Mahasiswa B langsung menggunakan teorema substitusi pada soal, padahal berdasarkan teorema substitusi pada integral tak tentu dinyatakan bahwa misalkan  $g$  adalah fungsi yang terdiferensiasi dan misalkan  $F$  adalah anti-turunan  $f$  maka, jika  $u = g(x)$  berlaku  $\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + C = F(g(x)) + C$  (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2011). Pada soal syarat perlu dan syarat cukup untuk langsung menggunakan teorema substitusi pada integral tak tentu belum terpenuhi. Oleh sebab itu, soal ini tidak dapat diselesaikan langsung menggunakan metode substitusi tetapi harus diselesaikan dengan menggunakan integral parsial. Ketika mahasiswa belum dapat mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup dalam menyelesaikan soal pada Gambar 2 di atas mengakibatkan aplikasi konsep dan algoritma pemecahan masalah yang digunakanpun belum benar (Kesumawati, 2008). Berikut ini adalah Transkripsi 2 hasil wawancara peneliti (P) dengan mahasiswa B (MB).

- P : Mengapa kamu menyelesaikannya menggunakan metode substitusi?*  
*MB : Soalnya kan Bu, disoal ini ada dua fungsi. Makanya kalo ada dua fungsi yang nak diintegralke pake bae yang metode substitusi*  
*P : Belum tentu, lihat dulu kedua fungsi tersebut. Kalau metode substitusi syaratnya bahwa fungsi yang satu merupakan hasil turunan dari fungsi yang satunya*

Dari transkripsi percakapan 2 di atas mahasiswa B menganggap bahwa semua soal pengintegralan yang terdiri dari dua fungsi harus diselesaikan menggunakan metode substitusi. padahal untuk menyelesaikannya harus dilihat dulu syarat perlu dan syarat cukupnya untuk

menggunakan metode tersebut. Ternyata soal tersebut belum memenuhi syarat perlu dan syarat cukup untuk dikerjakan menggunakan metode substitusi. Dengan kata lain, aplikasi konsep atau algoritma yang telah digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut juga masih belum benar. Sejalan dengan pernyataan Serhan (2015) bahwa kemampuan pemahaman konsep yang dimiliki oleh siswa secara dominan adalah kemampuan secara prosedural saja, mereka tidak melihat lebih dalam dan hanya memiliki pengetahuan yang terbatas mengenai pengintegralan. Untuk memiliki pemahaman yang baik dalam menyelesaikan beragam soal integral maka perlu banyak dilakukan latihan soal (Sari, Hakiim, & Efelina, 2018).

### **Hasil Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa**

Hasil kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu dapat dilihat pada Tabel 1 berikut ini

Tabel 1. Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Mengidentifikasi Penyelesaian Soal-Soal Integral Tak Tentu dan Tentu

Indikator Pemahaman Konsep	B	Persentase (%)	S	Persentase (%)
1	23	76,7	7	23,3
2	20	66,7	10	33,3
3	16	53,3	14	46,7
4	17	56,7	13	43,3
Rata-rata	19	63,3	11	36,7

Keterangan:

B : menjawab benar

S : menjawab salah

Indikator Pemahaman Konsep :

1. Menyatakan ulang sebuah konsep
2. Memberikan contoh dan non-contoh dari konsep
3. Mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep
4. Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah

Berdasarkan Tabel 1 di atas diketahui bahwa indikator pemahaman konsep yang paling tinggi persentasenya mahasiswa menjawab benar adalah menyatakan ulang sebuah konsep sebesar 76,7%. Untuk persentase terendah siswa menjawab benar terdapat pada indikator mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep yakni sebesar 53,3%. Sehingga secara keseluruhan didapatkan rata-rata persentase mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal-soal integral tak tentu dan tentu sebesar 63,3%. Hasil dari Tabel 1 ini lebih lanjut dijabarkan dengan hasil triangulasi data tes tertulis dan wawancara kepada mahasiswa yang disajikan pada Tabel 2 berikut ini.

Tabel 2. Hasil Triangulasi Data Tes Tertulis dan Wawancara Mahasiswa

Indikator Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa	Hasil Tes Tertulis	Hasil Wawancara
1. Menyatakan ulang sebuah konsep	<ul style="list-style-type: none"> <li>Jelas dalam menuliskan ulang konsep integral</li> <li>Menambahkan C pada hasil pengintegralan tak tentu</li> <li>Tidak menuliskan <math>dx</math> ataupun <math>du</math> setelah penulisan simbol integral dan fungsi yang akan diintegrasikan</li> <li>Menuliskan <math>dx</math> pada hasil pengintegralan</li> <li>Tidak menambahkan C pada hasil pengintegralan tak tentu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dapat menyebutkan konsep integral dan teorema dasar kalkulus</li> <li>Dapat menjelaskan mengapa C perlu ditambahkan pada hasil integral tak tentu</li> <li>Tidak dapat menjelaskan konsep dasar teorema kalkulus untuk antiturunan</li> <li>Dapat menjelaskan kesalahannya</li> <li>Tidak mengetahui mengapa perlu menambahkan C</li> <li>Lupa menambahkan C pada hasil integral tak tentu</li> </ul>
2. Memberikan contoh dan non-contoh dari konsep	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah dapat memberikan contoh dari integral tak tentu dan integral tentu dan konsep yang dituliskan lengkap dan baik</li> <li>Sudah dapat memberikan contoh dari integral tak tentu dan integral tentu tetapi konsep yang dituliskan belum benar</li> <li>Hanya dapat memberikan contoh dari integral tak tentu dan tentu yang sederhana</li> <li>Tidak dapat menyebutkan contoh integral yang penyelesaiannya menggunakan metode substitusi atau integral parsial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dapat berargumentasi dengan baik/ mempertanggungjawabkan jawaban yang ditulis</li> <li>Ragu-ragu dalam menjawab pertanyaan yang diberikan dan konsep yang disebutkan masih kurang tepat</li> <li>Konsep teorema dasar kalkulus integral yang disebutkan sudah benar walaupun pengetahuan yang dimiliki belum terlalu luas</li> <li>Ragu-ragu dalam menjawab pertanyaan</li> <li>Tidak dapat berargumentasi</li> </ul>
3. Mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dapat mengembangkan syarat cukup dan syarat perlu untuk mengerjakan soal integral dengan aturan pangkat atau metode substitusi atau integral parsial</li> <li>Belum bisa mengembangkan syarat cukup dan syarat perlu dalam mengerjakan soal mengerjakan soal integral dengan aturan pangkat atau metode substitusi atau integral parsial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dapat berargumentasi dengan baik/ mempertanggungjawabkan jawaban yang ditulis</li> <li>Ragu-ragu dalam menjawab pertanyaan yang diberikan dan konsep yang disebutkan masih kurang tepat</li> </ul>



Indikator Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa	Hasil Tes Tertulis	Hasil Wawancara
4. Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menuliskan dengan jelas proses penyelesaian soal yang harus diubah bentuknya terlebih dahulu sebelum diintegrasikan</li> <li>• Menuliskan dengan baik jawaban dari soal yang diselesaikan</li> <li>• Salah dalam menuliskan algoritma pemecahan masalah yang dipilih</li> <li>• Operasi/ prosedur yang dipilih masih salah/ keliru</li> <li>• Tidak menjawab soal yang diberikan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dapat berargumentasi dengan baik mengenai perubahan bentuk fungsi sebelum diintegrasikan dan memilih algoritma yang tepat dalam pemecahan masalah</li> <li>• Dapat menjelaskan dengan baik mengapa harus menggunakan metode tersebut</li> <li>• Tidak dapat menjelaskan mengapa memilih konsep tersebut dalam menjawab soal</li> <li>• Tidak dapat menjelaskan operasi yang sudah dituliskan dilembar jawaban</li> <li>• Tidak memiliki argumen</li> </ul>

Berdasarkan Tabel 2 di atas diketahui bahwa ada beragam jawaban mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu. Pada masing-masing indikator pemahaman konsep, sudah ada mahasiswa yang menjawab benar dalam mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu. Hal ini menandakan bahwa mahasiswa tersebut sudah memiliki kemampuan pemahaman konsep yang baik (Kesumawati, 2008). Tetapi dalam masing-masing indikator pemahaman konsep yang ada ternyata beberapa mahasiswa masih belum bisa mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu.

Dalam menyatakan ulang sebuah konsep ada mahasiswa yang sudah dapat menulis ulang konsep pengintegralan dengan benar dan ada juga yang masih salah. Kesalahan dalam menyatakan ulang konsep integral yang dilakukan oleh mahasiswa pada Tabel 2 memiliki kesamaan dengan hasil penelitian Rahimah (2012) yang menyatakan bahwa beberapa kesalahan yang dominan dilakukan mahasiswa pada penyelesaian soal integral adalah tidak menambahkan konstanta C pada hasil pengintegralan tak tentu. Padahal itu merupakan konsep dari teorema kalkulus A (aturan pangkat) sehingga konstanta C harus ditulis (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010). Hartono & Noto (2017) mengatakan bahwa untuk dapat memahami konsep integral mahasiswa harus terlebih dahulu memahami konsep turunan. Karena integral merupakan anti-turunan (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2010), maka begitupun dengan simbol  $dx$  pada proses pengintegralan merupakan konsep yang penting untuk ditulis atau dinyatakan ulang.

Kemampuan mengidentifikasi penyelesaian soal integral tak tentu dan integral tentu juga terdapat pada indikator dapat menyebutkan contoh dan bukan contoh dari konsep integral. Berdasarkan Tabel 2 di atas mahasiswa sudah dapat membedakan integral tak tentu dan integral tentu, ketika

mereka diberikan soal serta mahasiswa dapat menyebutkan contoh dari integral tak tentu dan integral tentu walaupun dalam bentuk soal yang sederhana. Berdasarkan hal ini, dapat dikatakan bahwa mahasiswa sudah memiliki pemahaman konsep dengan indikator dapat menyebutkan contoh dan bukan contoh dari integral tak tentu dan integral tentu. Tetapi hal ini agak sedikit berbeda ketika mahasiswa diminta untuk menyebutkan contoh integral dengan menggunakan metode substitusi ataupun integral parsial. Beberapa mahasiswa masih belum bisa mengidentifikasi contoh dari integral yang menggunakan metode substitusi dan integral parsial. Raslan (2008) menyatakan bahwa integral parsial adalah substitusi ganda (*double substitution*). Sehingga dapat dikatakan bahwa integral parsial lebih sulit dari integral substitusi. Artinya ketika mahasiswa belum bisa memberikan contoh integral substitusi, maka mahasiswa akan sulit memberikan contoh integral parsial.

Indikator pemahaman konsep lainnya yang masih rendah adalah mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep. Dalam hal ini mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengidentifikasi permasalahan soal integral yang penyelesaiannya menggunakan metode substitusi dan integral parsial, sehingga banyak mahasiswa yang menjawab salah pada saat tes seperti pada hasil di Tabel 1. Furner & Kumar (2007) menyatakan bahwa integral dengan metode substitusi merupakan anti turunan dari aturan rantai. Dengan kata lain, pengembangan syarat perlu dan syarat cukup untuk menyelesaikan soal integral dengan metode substitusi adalah memahami aturan rantai pada turunan. Bahkan Tarasov (2015) menyatakan bahwa pada aturan rantai bisa saja fungsi yang digunakan lebih dari dua fungsi. Dengan demikian, semakin banyak fungsi yang ada maka syarat perlu dan syarat cukup dari konsep turunan dan integral harus semakin dikembangkan guna menyelesaikan soal.

Untuk indikator pemahaman konsep yang terakhir adalah mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah. Mahasiswa dikatakan sudah dapat mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah ketika mahasiswa dapat menjawab dengan benar langkah perlangkah dalam menyelesaikan soal (Karim, 2011). Tabel 2 di atas menunjukkan bahwa ada mahasiswa yang sudah dengan baik menyelesaikan soal yang diberikan dan masih ada juga mahasiswa yang keliru menggunakan konsep integral dalam pemecahan masalah. Kesalahan dalam pengaplikasian konsep yang dilakukan oleh mahasiswa adalah mahasiswa banyak melakukan kesalahan dalam memisalkan  $u$  pada penyelesaian integral substitusi serta pemilihan yang kurang tepat untuk  $u$  dan  $dv$  pada integral parsial. Kesalahan ini ternyata juga terdapat pada penelitian Rahimah (2012) dan Salmina (2014) yang menyatakan bahwa pada penyelesaian soal tentang teorema dasar kalkulus, kesalahan dalam menyelesaikan soal integral substitusi, dalam memisalkan  $u$ .

## KESIMPULAN

Kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa dalam mengidentifikasi penyelesaian soal-soal integral tak tentu dan integral tentu didapatkan dengan persentase 63,3%, dengan rincian persentase perindikator sebagai berikut: (a) menyatakan ulang konsep dengan persentase sebesar

76,6%, (b) menyebutkan contoh dan bukan contoh dari konsep dengan persentase sebesar 66,6%, (c) mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep dengan persentase 53,3% serta (d) mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah dengan persentase 56,7%. Untuk dapat mengidentifikasi penyelesaian soal-soal integral tak tentu dan integral tentu hal yang perlu dimiliki oleh mahasiswa adalah kemauan untuk belajar dan tidak mudah menyerah ketika menemukan kendala pada saat menyelesaikan soal. Selain itu, cara lain yang dapat dilakukan adalah membaca serta memahami konsep dari teori dasarnya, selanjutnya mengerjakan latihan soal yang bervariasi, dimulai dari soal yang mengandung pemahaman konsep, ketika mengalami kesulitan berkonsultasilah dengan teman dan dosen pengampu mata kuliah.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Saya ucapkan terimakasih kepada Ketua Program Studi Pendidikan Matematika FTIK UIN Raden Fatah Palembang, Dr. Hartatiana, M.Pd. yang telah memberikan kesempatan untuk melakukan penelitian disana. Taklupa juga saya ucapkan terimakasih kepada Dekan FKIP Universitas Sjakhyakirti, Rohman, M.Pd. beserta staff dosen FKIP Universitas Sjakhyakirti, Tria Gustiningsi, M.Pd., Lis Amalia, S.Si., M.Pd., dan Meilani Safitri, M.Pd. yang memberikan dukungan dan support dalam penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ario, M., & Asra, A. (2018). Pengaruh pembelajaran flipped classroom terhadap hasil belajar kalkulus integral mahasiswa pendidikan matematika. *Anargya: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1(2), 82-88. <https://doi.org/10.24176/anargya.v1i2.2477>.
- Arcana, I.N. (2011). Pengembangan media pembelajaran mandiri berbantuan komputer untuk meningkatkan pemahaman konsep kalkulus II. *Jurnal Wima Magister Scientiae*, 30(1), 53-65. <https://doi.org/10.33508/mgs.v0i30.632>.
- Depdiknas. (2006). Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMA/MA. Jakarta: Depdiknas.
- Furner, J.M., & Kumar, D.D. (2007). The mathematics and science integration argument : A stand for teacher education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(3), 185-189. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75397>.
- Ghozi, S., & Hilmansyah. (2018). Visualisasi geometris aplikasi integral: Studi penggunaan autograph dalam pembelajaran matematika teknik. *Jurnal Nasional Pendidikan Matematika*, 2(1), 73-85. <http://dx.doi.org/10.33603/jnpm.v2i1.896>.
- Hartono, W., & Noto, M.S. (2017). Pengembangan modul berbasis penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan matematis pada perkuliahan kalkulus integral. *Jurnal Nasional Pendidikan Matematika*, 1(2), 320-333. <http://dx.doi.org/10.33603/jnpm.v1i2.616>.

- Haryono, N.A. (2009). Perhitungan integral lipat menggunakan metode monte carlo. *Jurnal Informatika*, 5(2), 70-77. <http://dx.doi.org/10.21460/inf.2009.52.76>.
- Karim, A. (2011). Penerapan metode penemuan terbimbing dalam pembelajaran matematika untuk meningkatkan pemahaman konsep dan kemampuan berpikir kritis siswa sekolah dasar. *Jurnal Pendidikan*, 1(1), 21-32.
- Kesumawati, N. (2008). Pemahaman Konsep Matematik dalam Pembelajaran Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematik*. (pp. 229-235). Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Rahimah, D. (2012). Identifikasi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal pokok bahasan integral pada mata kuliah kalkulus integral. *Exacta: Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*, 10(1), 89-97.
- Raslan, K.R. (2008). The First Integral Method For Solving Some Important Nonlinear Partial Differential Equations. *Nonlinear Dynamics*, 53(4), 281-286. <https://doi.org/10.1007/s11071-007-9262-x>.
- Salmina, M. (2017). Analisis Kekeliruan dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Pada Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Numeracy*, 4(2), 62-70.
- Saparwadi, L. (2015). Peningkatan pembelajaran kalkulus integral melalui kegiatan *lesson study* di program studi pendidikan matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika* 9(1), 35-47. <https://doi.org/10.22342/jpm.9.1.2420.35-47>.
- Sari, D.A., Hakiim, A., & Efelina, V. (2018). Kajian Ulang Pemahaman Konsep Integral-Turunan Pasca Ujian Akhir Semester. *E-DIMAS: Education-Pengabdian Kepada Masyarakat*, 10(1), 1-5. <http://dx.doi.org/10.26877/e-dimas.v10i1.2050>.
- Serhan, D. (2015). Student' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 84-88.
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif dan R & D*. Bandung: Alfabeta.
- Tarasov, V.E. (2015). On chain rule for fractional derivatives. *Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 30(1-3), 1-4. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2015.06.007>.
- Varberg, D., Purcel, E.J., & Rigdon, S.E. (2010). *Kalkulus Jilid 1 Edisi 9*. Jakarta: Erlangga.
- Varberg, D., Purcel, E.J., & Rigdon, S.E. (2011). *Kalkulus jilid 2 edisi 9*. Jakarta: Erlangga.
- Zetriuslita, Ariawan, R., & Nufus, H. (2016). Analisis kemampuan berpikir matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal uraian kalkulus integral berdasarkan level kemampuan mahasiswa. *Jurnal Infinity*, 5(1), 56-65. <https://doi.org/10.22460/infinity.v5i1.p56-66>.